

**OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA Y OPCIÓN DE ABANDONAR:
UNA INTEGRACIÓN PARA EL ANÁLISIS DEL COSTE DE CAPITAL.**

Neus Orgaz Guerrero

Departamento de Economía de la Empresa

Universidad Autónoma de Barcelona

08193 Bellaterra (Barcelona)

Tel.: 93 581 12 09 / 93 581 32 58

Fax: 93 581 25 55

E-mail: Neus.Orgaz@uab.es

OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA Y OPCIÓN DE ABANDONAR: UNA INTEGRACIÓN PARA EL ANÁLISIS DEL COSTE DE CAPITAL.

Resumen

En este documento se formaliza en primer lugar, un modelo para valorar las acciones de una empresa endeudada, la responsabilidad limitada de los accionistas de una sociedad anónima y la rentabilidad exigida en un horizonte perpetuo, aplicando la teoría de opciones. Seguidamente, se incorpora a la opción de responsabilidad limitada la opción de abandonar y los costes fijos, lo cual permite no sólo analizar simultáneamente la quiebra y el cese de actividades de la empresa, sino también valorar los efectos sobre el coste de financiación de la opción de abandonar y los costes fijos. La opción de responsabilidad limitada y la opción de abandonar se asimilan a una opción de venta americana perpetua y son valoradas aplicando la fórmula deducida por Merton (1973).

Palabras claves: opción de responsabilidad limitada, opción de abandonar.

OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA Y OPCIÓN DE ABANDONAR: UNA INTEGRACIÓN PARA EL ANÁLISIS DEL COSTE DE CAPITAL.

1.Introducción

Black y Scholes (1973) abren un camino muy prometedor mediante su propuesta de valorar las acciones de una empresa endeudada como una opción de compra europea sobre su activo con un precio de ejercicio igual al pago prometido a los acreedores, en un horizonte monoperiódico.

A partir del resultado obtenido por Black y Scholes (1973) y teniendo, además, en cuenta la ecuación fundamental de las opciones europeas, es posible valorar la responsabilidad limitada de las sociedades anónimas como una opción de venta y, asimismo, calcular la rentabilidad exigida para la financiación ajena, siempre en un horizonte monoperiódico.

Sin embargo, el horizonte de la empresa es, en principio, ilimitado, concepto que está ampliamente reconocido en los modelos de valoración de acciones y es frecuente que se mantenga un determinado grado de endeudamiento a lo largo de su vida. Es decir, se considera el endeudamiento de la empresa de horizonte perpetuo. Como consecuencia, los accionistas pueden declarar la quiebra, es decir, ejercer la opción de responsabilidad limitada, en cualquier momento, dejando la empresa en manos de los acreedores.

Cuando la empresa tiene una crisis en su capacidad para generar valor, tiene dos posibles casos: la quiebra y el abandono. En este trabajo se analiza las consecuencias de concebir la opción de responsabilidad limitada como una opción de venta americana de horizonte perpetuo. La opción de abandonar también se concibe como una opción de venta americana perpetua, pero cuyo precio de ejercicio incorpora el valor de liquidación de los activos de la empresa y el efecto de los costes fijos. El análisis de las dos opciones conduce a sistematizar los diferentes escenarios de crisis en la capacidad de la empresa para generar valor. No se considera la crisis de liquidez.

OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA Y OPCIÓN DE ABANDONAR: UNA INTEGRACIÓN PARA EL ANÁLISIS DEL COSTE DE CAPITAL.

2. La opción de responsabilidad limitada en un horizonte perpetuo

El derecho de responsabilidad limitada de los accionistas se puede asimilar a una opción de venta americana de horizonte perpetuo sobre el activo de la empresa con un precio de ejercicio igual al pago prometido a los acreedores. En este modelo se mantiene la propuesta de Black y Scholes sobre la posición de los accionistas: son propietarios del activo, deben pagar los intereses de la deuda y son propietarios de una opción de venta que recoge la limitación de responsabilidad (opción de responsabilidad limitada).

La opción de responsabilidad limitada, *ORL*, puede valorarse aplicando la fórmula de la opción de venta americana perpetua deducida por Merton (Merton 1973 y 1990 pág. 298-300), cuya expresión es:

$$ORL_{\infty} = \left[\frac{DN}{1+\gamma} \right] \cdot \left[\frac{(1+\gamma) \cdot A}{\gamma \cdot DN} \right]^{-\gamma} \quad (1)$$

donde

DN = precio de ejercicio, es decir, valor de la deuda nominal

A = valor del activo subyacente, es decir, valor del activo de la empresa

r = tipo de interés libre de riesgo

σ = desviación típica de la rentabilidad del activo

$$\gamma = \frac{2 \cdot r}{\sigma^2}, \text{ siguiendo la notación introducida por Merton.} \quad (2)$$

3. Las acciones como una opción de compra perpetua y de barrera

Según esta proposición, el valor de las acciones, S , se puede medir como la suma algebraica del valor del activo con el valor de las deudas y el valor de la opción de responsabilidad limitada. Por tanto, puede justificarse que la suma del valor del activo con la opción de responsabilidad limitada equivale a una opción de compra americana perpetua sobre el activo con una barrera inferior de salida igual al valor máximo del activo en el que se declara la quiebra y una compensación (*rebate*) igual al valor de la

OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA Y OPCIÓN DE ABANDONAR: UNA INTEGRACIÓN PARA EL ANÁLISIS DEL COSTE DE CAPITAL.

deuda. Las acciones pueden concebirse como la diferencia entre el valor de la opción de compra perpetua y de barrera y el endeudamiento personal de los accionistas en condiciones de responsabilidad ilimitada.

Cuando el activo alcanza el valor de la barrera y se produce la situación de quiebra, la opción desaparece. Por su parte, la compensación permite a los accionistas eliminar su endeudamiento personal, es decir, los accionistas pierden sus derechos sobre el activo y reciben una cantidad que les permite saldar sus deudas con los acreedores. En consecuencia, el valor de las acciones resulta igual a cero.

El valor de la opción de barrera perpetua, *OPB*, que incluye una compensación igual al valor de las deudas resulta a su vez igual a la siguiente expresión:

$$OPB = A + \frac{DN}{1 + \gamma} \cdot \left[\frac{A \cdot (1 + \gamma)}{\gamma \cdot DN} \right]^{-\gamma} \quad (3)$$

donde basta observar que el primer sumando es el valor del activo y el segundo sumando el valor de la opción de responsabilidad limitada.

4. El ejercicio de la opción de responsabilidad limitada en un horizonte perpetuo: la declaración de quiebra

Merton (1973) determina el valor máximo del activo subyacente que justifica un ejercicio anticipado de la opción de venta americana de horizonte perpetuo. Aplicando este resultado a la opción de responsabilidad limitada de horizonte perpetuo, el valor máximo del activo de la empresa que justifica la decisión de quiebra es:

$$A^* = \frac{\gamma \cdot DN}{1 + \gamma} \quad (4)$$

OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA Y OPCIÓN DE ABANDONAR: UNA INTEGRACIÓN PARA EL ANÁLISIS DEL COSTE DE CAPITAL.

sustituyendo A^* en ORL_{∞} , se obtiene el valor de la opción de responsabilidad limitada en el momento en que la empresa declare la quiebra (en el caso de ejercicio anticipado)¹:

$$ORL_{\infty}^* = \frac{DN}{1 + \gamma} \quad (5)$$

Observemos cuál es la posición de los acreedores en caso de quiebra. Cuando se produce una situación de quiebra, donde los accionistas han ejercitado su opción de responsabilidad limitada, los acreedores, por su posición de vendedores de la opción de responsabilidad limitada, están obligados a adquirir el activo a cambio de la deuda. Reciben, pues, un activo cuyo valor máximo es A^* y, por tanto, teniendo en cuenta (4), puede decirse que experimentan la siguiente pérdida mínima:

$$\frac{\gamma \cdot DN}{1 + \gamma} - DN = -DN \frac{1}{1 + \gamma} \quad (6)$$

cuyo valor coincide con el valor de la opción de responsabilidad limitada según (5), es decir, la pérdida que experimentan los acreedores en caso de quiebra es igual al valor de la opción de responsabilidad limitada cuando se ejercita anticipadamente.

¹ El resultado que se acaba de obtener es coherente con el hecho de que el valor de las acciones en el caso de quiebra es cero. Supongamos que el valor del activo se sitúa en aquella cantidad que induce a declarar la quiebra expresada en (4). Entonces, el valor de la opción de responsabilidad limitada se sitúa en el valor indicado en (5), siendo la suma de los valores del activo y la opción de responsabilidad limitada igual a la deuda nominal. Por tanto, el valor de las acciones resulta igual a cero.

**OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA Y OPCIÓN DE ABANDONAR:
UNA INTEGRACIÓN PARA EL ANÁLISIS DEL COSTE DE CAPITAL.**

5.Comparación del modelo monoperiódico con el modelo perpetuo: la declaración de quiebra.

Como hemos visto en la ecuación (4), el valor del activo que da lugar a la declaración de quiebra cuando la opción de responsabilidad limitada es de horizonte perpetuo, es:

$$\frac{\gamma \cdot DN}{1 + \gamma}$$

Recordemos también que, según la ecuación (5), el valor de la opción de responsabilidad limitada perpetua cuando se declara la quiebra es:

$$\frac{DN}{1 + \gamma}$$

Sea una empresa que se ha endeudado a un horizonte finito de modo que la totalidad de su deuda vence a final del período en curso, T . El valor de la opción de responsabilidad limitada en el momento del vencimiento es:

$$\text{Máx}[0, DN - A_T] \tag{7}$$

Supongamos que al llegar el vencimiento de la deuda tenemos:

$$\frac{\gamma \cdot DN}{1 + \gamma} < A_T < DN \tag{8}$$

En estas circunstancias, similares a las de quiebra en el vencimiento de la opción monoperiódica de Black y Scholes, el valor de las acciones es igual a cero y los acreedores experimentan una pérdida igual a la diferencia entre el valor de la deuda y el valor del activo.

OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA Y OPCIÓN DE ABANDONAR: UNA INTEGRACIÓN PARA EL ANÁLISIS DEL COSTE DE CAPITAL.

Resulta entonces que la quiebra está justificada desde el punto de vista de la opción de responsabilidad limitada de vencimiento finito. Sin embargo, no lo está desde el punto de vista de la opción de responsabilidad limitada perpetua. Los accionistas pueden, ciertamente, optar por la declaración de quiebra, pero el hecho de que esta empresa es financieramente viable desde el punto de vista de la opción de responsabilidad limitada perpetua abre otra posibilidad que consiste en la siguiente estrategia como alternativa a la quiebra:

- a. Los accionistas adquieren la opción de responsabilidad limitada perpetua a los acreedores.
- b. En pago de la opción perpetua² que acaban de adquirir les entregan la opción de horizonte finito que vence en este momento, cuyo valor es la diferencia entre las deudas y el activo, pagando en efectivo la diferencia, dado que por (6):

$$ORL_{\infty T} > DN - A \quad (9)$$

- c. Continúan como accionistas

Como resultado de esta estrategia los accionistas obtienen:

$$A_T + ORL_{\infty T} - DN$$

tras haber pagado a los acreedores:

$$ORL_{\infty T} - (DN - A_T)$$

Se trata de una transacción equitativa cuyo valor neto es cero. Los accionistas han recuperado las acciones que perdían con la quiebra, pero han debido pagar la opción

² Aquí, el subíndice de $ORL_{\infty T}$ especifica que se trata del valor de la opción perpetua al final de T .

OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA Y OPCIÓN DE ABANDONAR: UNA INTEGRACIÓN PARA EL ANÁLISIS DEL COSTE DE CAPITAL.

de responsabilidad limitada perpetua que han adquirido. Los acreedores han emitido esta opción, aceptando como parte del pago de la misma el asumir la pérdida que les ha producido la opción de responsabilidad limitada de horizonte finito que acaba de vencer.

6. Costes fijos y la decisión de abandonar

6.1. Costes fijos

Introducimos los costes fijos (*CF*) en el análisis del valor de la opción de responsabilidad limitada. Los pagos constantes a que dan lugar los costes fijos se asimilan a intereses sobre una deuda perpetua que denominamos deuda estructural (*DE*). A partir de aquí, es posible crear una opción de responsabilidad limitada sobre esta deuda estructural. El ejercicio de esta opción tiene lugar cuando la empresa decide cesar en sus actividades por imposibilidad de asumir los costes fijos.

Para definir esta opción debemos definir previamente el valor del activo, $A' =$ activo de coste variable, antes de la incidencia de los costes fijos, es decir, el valor actual de la renta que resulta de la diferencia entre ingresos (*ING*) y costes variables (*CV*). El valor de este activo de coste variable, en el caso en que los valores esperados de los ingresos y los costes variables son constantes en un horizonte perpetuo, es:

$$A' = \frac{ING - CV}{\bar{R}_A} \quad (10)$$

donde \bar{R}_A expresa la rentabilidad exigida del activo.

Siendo el valor de la deuda estructural:

$$DE = \frac{CF}{r} \quad (11)$$

y el valor del activo después de la incidencia de los costes fijos:

$$A = A' - DE$$

OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA Y OPCIÓN DE ABANDONAR: UNA INTEGRACIÓN PARA EL ANÁLISIS DEL COSTE DE CAPITAL.

El derecho de responsabilidad limitada de la deuda estructural que poseen los accionista se asimila a una opción de venta americana de horizonte perpetuo sobre el activo A' y con un precio de ejercicio igual al valor nominal de la deuda estructural.

Por tanto, el valor de la opción de responsabilidad limitada sobre la deuda estructural, ORL_{DE} , es:

$$ORL_{DE} = \frac{DE}{1+\gamma} \cdot \left[\frac{A' \cdot (1+\gamma)}{\gamma \cdot DE} \right]^{-\gamma} \quad (12)$$

6.2 La opción de abandonar: concepto y valoración

La decisión de continuar o cesar la actividad de la empresa se estudia a partir de la opción de abandonar, que conduce a comparar el valor de la empresa en funcionamiento con el valor de venta del activo en el mercado, es decir, el valor que se obtiene vendiendo el activo y liquidando, pues, la empresa.

La opción de abandonar permite distinguir entre la quiebra, que en sí misma no supone el cese de la actividad de la empresa sino la sustitución de los accionistas por los acreedores en su propiedad, y el cese, estudiado aquí a partir del valor de venta del activo en el mercado.

Se entiende por opción de abandonar la capacidad que tienen los accionistas para decidir el cese de las actividades de la empresa, vender los elementos de su activo en el mercado procediendo con su importe a liquidar la deuda y distribuir, a continuación, el remanente.

Suponiendo que el valor de liquidación se mantiene constante a lo largo del tiempo, la opción de abandonar puede concebirse como una opción de venta americana cuyo activo subyacente es el activo de la empresa y cuyo precio de ejercicio es el valor de liquidación del negocio.

Se propone valorar esta opción de abandonar, A , mediante la fórmula de Merton (1973). Designando el valor de liquidación por VL , podemos escribir:

**OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA Y OPCIÓN DE ABANDONAR:
UNA INTEGRACIÓN PARA EL ANÁLISIS DEL COSTE DE CAPITAL.**

$$OA = \left[\frac{VL}{1+\gamma} \right] \cdot \left[\frac{A \cdot (1+\gamma)}{\gamma \cdot VL} \right]^{-\gamma} \quad (13)$$

6.3 El cese de la actividad de la empresa: costes fijos y opción de abandonar

El derecho de responsabilidad limitada sobre la deuda estructural puede integrarse en la opción de abandonar. Basta, para ello, definir la opción de abandonar como una opción de venta perpetua sobre el activo de coste variable, A' , cuyo precio de ejercicio consiste en la suma del valor de liquidación y la deuda estructural. En el caso de una empresa sin deuda financiera, la posición de los accionistas equivale a: tener la propiedad del activo de coste variable, asumir el pago de los costes fijos y ser propietarios de la opción de abandonar.

El valor de esta opción, OA' sobre el activo subyacente $A' = A + DE$, se obtiene sustituyendo en el valor de OA el nuevo activo subyacente y el nuevo precio de ejercicio:

$$OA' = \frac{VL + DE}{1+\gamma} \cdot \left[\frac{A' \cdot (1+\gamma)}{\gamma \cdot (VL + DE)} \right]^{-\gamma} \quad (14)$$

El máximo valor del activo que justifica el ejercicio de la opción de abandonar y, por tanto, el cese de las actividades de la empresa es:

$$A' = \frac{\gamma}{1+\gamma} (VL + DE) \quad (15)$$

Es decir, los accionistas cesan la actividad de la empresa ejercitando la opción de abandonar. Venden los activos percibiendo el valor de liquidación.

**OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA Y OPCIÓN DE ABANDONAR:
UNA INTEGRACIÓN PARA EL ANÁLISIS DEL COSTE DE CAPITAL.**

7. Deuda financiera, costes fijos y opción de abandonar

La modelización mediante opciones de la deuda financiera, los costes fijos y el valor de liquidación permite analizar las causas y las consecuencias para accionistas y acreedores del cese de actividades y la quiebra de la empresa.

Para llevar a cabo este objetivo, analizamos los diferentes casos que resultan de comparar el valor de liquidación, la deuda financiera y la deuda estructural.

En este caso, la opción de responsabilidad limitada consiste en una opción de venta cuyo activo subyacente, AS , viene dado por la suma del activo ($A=A'-DE$) con la opción de abandonar que incorpora el efecto de los costes fijos, OA' :

$$AS=A + OA' \tag{16}$$

Donde

$$\hat{\gamma}' = \frac{2 \cdot r}{\hat{\sigma}'^2} \tag{17}$$

siendo

$$\hat{\sigma}' = \frac{A \cdot \left(1 - \left(\frac{(A + DE) \cdot (1 + \gamma)}{(DE + VL) \cdot \gamma} \right)^{-1-\gamma} \right)}{(DE + VL) \cdot \left(\frac{(A + DE) \cdot (1 + \gamma)}{(DE + VL) \cdot \gamma} \right)^{-\gamma}} \cdot \sigma \tag{18}$$

$$A + \frac{\quad}{1 + \gamma}$$

según se justifica en el apéndice.

OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA Y OPCIÓN DE ABANDONAR: UNA INTEGRACIÓN PARA EL ANÁLISIS DEL COSTE DE CAPITAL

La condición de cese requiere:

$$A' \leq \frac{\gamma}{1+\gamma} \cdot (VL + DE)$$

mientras que la condición de quiebra requiere a su vez:

$$A' \leq \frac{\hat{\gamma}'}{1+\hat{\gamma}'} \cdot DN + DE - OA'$$

Para que la quiebra domine al cese es preciso que el valor del activo que determina la declaración de quiebra resulte superior al valor del activo que determina el cese, es decir:

$$\frac{\hat{\gamma}'}{1+\hat{\gamma}'} \cdot DN + DE - OA > \frac{\gamma}{1+\gamma} \cdot (VL + DE)$$

Tenemos el primer caso: QUIEBRA SIN CESE . La declaración de quiebra sin cese de las actividades de la empresa se produce cuando los accionistas deciden ejercer su opción de responsabilidad limitada para un valor del activo que resulta superior a aquél que justifica el cese. los accionistas ejercitan la opción de responsabilidad limitada declarando la quiebra. Los acreedores reciben el activo junto con la acción de abandonar y los accionistas quedan liberados del pago de la deuda.

En el caso:

$$\frac{\hat{\gamma}'}{1+\hat{\gamma}'} \cdot DN + DE - OA \leq \frac{\gamma}{1+\gamma} \cdot (VL + DE)$$

**OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA Y OPCIÓN DE ABANDONAR:
UNA INTEGRACIÓN PARA EL ANÁLISIS DEL COSTE DE CAPITAL.**

Y si además el valor de liquidación es superior a la deuda financiera, se da el caso de que el valor del activo de la empresa se sitúa en aquella cifra que justifica el ejercicio de la opción de abandonar, los accionistas ejercen esta opción y con la cantidad obtenida al realizar el valor de liquidación proceden al pago de la deuda y a distribuirse el resto. Es el caso de CESE SIN QUIEBRA.

Si el valor de liquidación es inferior al valor de la deuda, la decisión de abandonar implica al mismo tiempo la decisión de quiebra. Es el caso de CESE Y QUIEBRA SIMULTANEOS. El valor de las acciones es cero. La opción de responsabilidad limitada de los accionistas les otorga el derecho a recibir una cifra igual a la diferencia entre el valor nominal de la deuda y el valor de liquidación del activo, cuando el activo alcanza el valor que da lugar al ejercicio de la opción de abandonar.

En la tabla 1 están expuestos los tres posibles casos de crisis de una empresa.

Tabla 1 : Casos de crisis de la empresa		
$\frac{\hat{\gamma}'}{1 + \hat{\gamma}'} \cdot DN + DE - OA > \frac{\gamma}{1 + \gamma} \cdot (VL + DE)$	$\frac{\hat{\gamma}'}{1 + \hat{\gamma}'} \cdot DN + DE - OA \leq \frac{\gamma}{1 + \gamma} \cdot (VL + DE)$	
Caso 1	Caso 2	Caso 3
Quiebra domina al cese	VL > D	VL ≤ D
	Cese domina a la quiebra	Quiebra y cese simultáneos

**OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA Y OPCIÓN DE ABANDONAR:
UNA INTEGRACIÓN PARA EL ANÁLISIS DEL COSTE DE CAPITAL.**

8.El valor de la opción de responsabilidad limitada con opción de abandonar cuando se consideran los costes fijos

8.1 Quiebra domina a abandonar (quiebra sin cese)

Cuando los accionistas deciden ejercer su opción de responsabilidad limitada para un valor del activo que resulta superior a aquél que justifica el cese.

En el apéndice se justifica que el valor de la opción de responsabilidad limitada con opción de abandonar y consideración explícita de los costes fijos viene dado por la siguiente expresión:

$$ORL_{OA'} = \frac{DN}{1 + \hat{\gamma}'} \cdot \left[\frac{(1 + \hat{\gamma}') \cdot \left[A + \frac{(DE + VL)}{1 + \gamma} \cdot \left(\frac{(1 + \gamma) \cdot (A + DE)}{\gamma \cdot VL} \right)^{-\gamma} \right]^{-\hat{\gamma}'}}{\hat{\gamma}' \cdot (DE + VL)} \right] \quad (19)$$

8.2 Cese y quiebra simultáneos

En el caso de simultaneidad del cese y la quiebra , la opción puede asimilarse a una opción europea perpetua de barrera inferior de salida con compensación, situándose la barrera en el valor:

$$\frac{\gamma}{1 + \gamma} \cdot (VL + DE)$$

y, siendo la compensación igual a $DN - VL$.

El activo subyacente de esta opción es el activo de coste variable de la empresa.

Una opción ordinaria europea de venta tiene valor cero (Merton 1990, p.278), ya que el valor de una opción de venta nunca puede superar el valor actual del precio de ejercicio, que en este caso es cero al estar situado en un horizonte infinito. El único pago que tiene valor en esta opción, cuando la opción europea perpetua de venta es, además, de barrera y con compensación, es la propia compensación. De ahí que éste sea el activo para expresar el valor de la opción de responsabilidad limitada en este caso.

OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA Y OPCIÓN DE ABANDONAR: UNA INTEGRACIÓN PARA EL ANÁLISIS DEL COSTE DE CAPITAL.

Según Rich (1994, p. 293), la expresión del valor de una opción perpetua de barrera es:

$$OV = R \cdot \frac{S}{H}$$

donde, en la notación usada por Rich, las variables son:

1. R = valor de la compensación
2. S = valor del activo subyacente
3. H = valor de la barrera

En nuestro caso:

1. valor de la compensación : $R = DN - VL$ (20)

2. valor de la barrera: $H = \frac{\gamma}{1 + \gamma} \cdot (VL + DE)$ (21)

3. valor del activo subyacente: $S = A'$ (22)

Por tanto, el valor de la opción de responsabilidad limitada en el caso de cese y quiebra simultáneos es:

$$ORL_{OA'} = (DN - VL) \cdot \frac{A'}{\frac{\gamma}{1 + \gamma} \cdot (VL + DE)} \quad (23)$$

OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA Y OPCIÓN DE ABANDONAR: UNA INTEGRACIÓN PARA EL ANÁLISIS DEL COSTE DE CAPITAL.

9.El coste del endeudamiento en un horizonte perpetuo

El valor de la opción de responsabilidad limitada que los acreedores venden a los accionistas permite calcular el interés efectivo en condiciones de riesgo. Teniendo en cuenta que consideramos un horizonte perpetuo, podemos escribir:

$$k \cdot (DN - ORL) = r \cdot DN \quad (24)$$

siendo

$(DN-ORL)$ = cifra que la empresa recibe de los acreedores, financiación efectiva

DN . r = interés a pagar a los acreedores

k =tipo de interés efectivo que incluye la prima por el riesgo

r = tipo de interés libre de riesgo

La modificación en el coste de la financiación ajena, que se deriva del reconocimiento explícito de los costes fijos y su integración en la opción de abandonar tiene lugar por medio de la variación del valor de la opción de responsabilidad limitada. Las ecuaciones (24) que nos indican el valor de la rentabilidad exigida por acreedores y accionistas continúan siendo aplicables, debiéndose sustituir el término genérico ORL por su valoración específica para el escenario en que nos hallamos.

10.Conclusiones

En este documento se extiende el modelo monoperiódico de valoración de acciones de Black y Scholes a un horizonte perpetuo, pudiendo así valorar la opción de responsabilidad limitada para el caso habitual en que la vida de la empresa no tiene un horizonte finito. Se incorpora a la opción de responsabilidad limitada la opción de abandonar y los costes fijos, lo cual permite no sólo analizar simultáneamente la quiebra y el cese de actividades de la empresa, sino también valorar los efectos sobre el coste de la financiación de la opción de abandonar y los costes fijos.

**OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA Y OPCIÓN DE ABANDONAR:
UNA INTEGRACIÓN PARA EL ANÁLISIS DEL COSTE DE CAPITAL.**

APÉNDICE: VALORACIÓN DE LA OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA CON OPCIÓN DE ABANDONAR EN EL CASO DE CONSIDERACIÓN EXPLÍCITA DE LOS COSTES FIJOS

La función del activo subyacente

$$AS = A + \frac{VL + DE}{1 + \gamma} \cdot \left(\frac{(1 + \gamma) \cdot (A + DE)}{\gamma \cdot (VL + DE)} \right)^{-\gamma} \quad (4.1)$$

Siguiendo el mismo razonamiento aplicado en el apéndice del capítulo anterior, procedemos a aplicar el lema de Ito para determinar el proceso estocástico del activo subyacente:

$$dAS = \left(\frac{\partial AS}{\partial A} \cdot \mu \cdot A + \frac{\partial AS}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 AS}{\partial A^2} \cdot \sigma^2 \cdot A^2 \right) \cdot dt + \frac{\partial AS}{\partial A} \cdot \sigma \cdot A \cdot dz \quad (4.2)$$

donde $\left(\frac{\partial AS}{\partial A} \cdot \mu \cdot A + \frac{\partial AS}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 AS}{\partial A^2} \cdot \sigma^2 \cdot A^2 \right)$ es la tasa de tendencia, $\left(\frac{\partial AS}{\partial A} \cdot \sigma \cdot A \right)^2$ es

la tasa de varianza y dz un proceso estocástico de Wiener.

El cálculo de las derivadas de AS proporciona los siguientes valores:

$$\frac{\partial AS}{\partial A} = 1 - \left(\frac{(A + DE) \cdot (1 + \gamma)}{(DE + VL) \cdot \gamma} \right)^{-1-\gamma} \quad (4.3)$$

**OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA Y OPCIÓN DE ABANDONAR:
UNA INTEGRACIÓN PARA EL ANÁLISIS DEL COSTE DE CAPITAL.**

$$\frac{\partial^2 AS}{\partial A^2} = \frac{(DE + VL) \cdot \gamma \cdot \left(\frac{(A + DE) \cdot (1 + \gamma)}{(DE + VL) \cdot \gamma} \right)^{-\gamma}}{(A + DE)^2} \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{\partial \hat{A}}{\partial t} = 0 \quad \text{por tratarse de una opción perpetua,} \quad (\text{A.5})$$

con lo que el proceso estocástico de AS resulta ser:

$$dAS = \left(\left(1 - \left(\frac{(A + DE) \cdot (1 + \gamma)}{(DE + VL) \cdot \gamma} \right)^{-1-\gamma} \right) \cdot \mu \cdot A + \frac{1}{2} \cdot \frac{(DE + VL) \cdot \gamma \cdot \left(\frac{(A + DE) \cdot (1 + \gamma)}{(DE + VL) \cdot \gamma} \right)^{-\gamma}}{(A + DE)^2} \cdot \sigma^2 \cdot A^2 \right) \cdot dt + \left(1 - \left(\frac{(A + DE) \cdot (1 + \gamma)}{(A + DE) \cdot \gamma} \right)^{-1-\gamma} \right) \cdot \sigma \cdot A \cdot dz \quad (\text{A.6})$$

El proceso estocástico de la rentabilidad de AS (dAS/AS), es:

$$\frac{dAS}{AS} = \frac{\left(\left(1 - \left(\frac{(A + DE) \cdot (1 + \gamma)}{(DE + VL) \cdot \gamma} \right)^{-1-\gamma} \right) \cdot \mu \cdot A + \frac{1}{2} \cdot \frac{(DE + VL) \cdot \gamma \cdot \left(\frac{(A + DE) \cdot (1 + \gamma)}{(DE + VL) \cdot \gamma} \right)^{-\gamma}}{(A + DE)^2} \cdot \sigma^2 \cdot A^2 \right)}{A + \frac{VL + DE}{1 + \gamma} \cdot \left(\frac{(1 + \gamma) \cdot (A + DE)}{\gamma \cdot (VL + DE)} \right)^{-\gamma}} \cdot dt + \frac{\left(1 - \left(\frac{(A + DE) \cdot (1 + \gamma)}{(A + DE) \cdot \gamma} \right)^{-1-\gamma} \right) \cdot \sigma \cdot A}{A + \frac{VL + DE}{1 + \gamma} \cdot \left(\frac{(1 + \gamma) \cdot (A + DE)}{\gamma \cdot (VL + DE)} \right)^{-\gamma}} \cdot dz \quad (\text{A.7})$$

**OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA Y OPCIÓN DE ABANDONAR:
UNA INTEGRACIÓN PARA EL ANÁLISIS DEL COSTE DE CAPITAL.**

Realizando operaciones, resulta:

$$\begin{aligned}
 \frac{dAS}{AS} = & \frac{A \cdot \mu + \frac{A \cdot \left(\frac{(A+DE) \cdot (1+\gamma)}{(DE+VL) \cdot \gamma} \right)^{-1-\gamma} \cdot (-2 \cdot (A+DE) \cdot \mu + A \cdot (1+\gamma) \cdot \sigma^2)}{2 \cdot (A+DE)}}{A + \frac{(DE+VL) \cdot \left(\frac{(A+DE) \cdot (1+\gamma)}{(DE+VL) \cdot \gamma} \right)^{-\gamma}}{1+\gamma}} \cdot dt \\
 & + \frac{A \cdot \left(1 - \left(\frac{(A+DE) \cdot (1+\gamma)}{(DE+VL) \cdot \gamma} \right)^{-1-\gamma} \right)}{(DE+VL) \cdot \left(\frac{(A+DE) \cdot (1+\gamma)}{(DE+VL) \cdot \gamma} \right)^{-\gamma}} \cdot \sigma \cdot dz \tag{A.8} \\
 & A + \frac{(DE+VL) \cdot \left(\frac{(A+DE) \cdot (1+\gamma)}{(DE+VL) \cdot \gamma} \right)^{-\gamma}}{1+\gamma}
 \end{aligned}$$

Por tanto, el valor esperado de la rentabilidad de AS ($\hat{\mu}'$) y su desviación típica

($\hat{\sigma}'$) son:

$$\begin{aligned}
 \hat{\mu}' = & \frac{A \cdot \mu + \frac{A \cdot \left(\frac{(A+DE) \cdot (1+\gamma)}{(DE+VL) \cdot \gamma} \right)^{-1-\gamma} \cdot (-2 \cdot (A+DE) \cdot \mu + A \cdot (1+\gamma) \cdot \sigma^2)}{2 \cdot (A+DE)}}{A + \frac{(DE+VL) \cdot \left(\frac{(A+DE) \cdot (1+\gamma)}{(DE+VL) \cdot \gamma} \right)^{-\gamma}}{1+\gamma}} \tag{A.9}
 \end{aligned}$$

**OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA Y OPCIÓN DE ABANDONAR:
UNA INTEGRACIÓN PARA EL ANÁLISIS DEL COSTE DE CAPITAL.**

$$\hat{\sigma}' = \frac{A \cdot \left(1 - \left(\frac{(A + DE) \cdot (1 + \gamma)}{(DE + VL) \cdot \gamma} \right)^{-1-\gamma} \right)}{A + \frac{(DE + VL) \cdot \left(\frac{(A + DE) \cdot (1 + \gamma)}{(DE + VL) \cdot \gamma} \right)^{-\gamma}}{1 + \gamma}} \cdot \sigma \quad (\text{A.10})$$

Para calcular el valor de la opción de responsabilidad limitada con opción de abandonar en este caso en que consideramos explícitamente los costes fijos, al igual que en el apéndice del capítulo anterior, procederemos a sustituir en la fórmula de Merton el valor del activo subyacente, la desviación típica y el precio de ejercicio, obteniendo:

$$ORL_{OA}' = \frac{DN}{1 + \hat{\gamma}'} \cdot \left[\frac{(1 + \hat{\gamma}') \cdot AS}{\hat{\gamma}' \cdot DN} \right]^{-\hat{\gamma}'} \quad (\text{A.11})$$

donde :

$$\hat{\gamma}' = \frac{2 \cdot r}{\hat{\sigma}^2} \quad (\text{A.12})$$

Sustituyendo AS por su valor, resulta la ecuación :

$$ORL_{OA}' = \frac{DN}{1 + \hat{\gamma}'} \cdot \left[\frac{\left(1 + \hat{\gamma}' \right) \cdot \left[A + \frac{(DE + VL) \cdot \left(\frac{(1 + \gamma) \cdot (A + DE)}{\gamma \cdot VL} \right)^{-\gamma}}{1 + \gamma} \right]}{\hat{\gamma}' \cdot (DE + VL)} \right]^{-\hat{\gamma}'}$$

OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA Y OPCIÓN DE ABANDONAR: UNA INTEGRACIÓN PARA EL ANÁLISIS DEL COSTE DE CAPITAL.

BIBLIOGRAFÍA

Crosbie, Peter J. And Jeffrey R. Bohn (2002): *Modelling Default Risk*. KMV, www.kmv.com.

Crouhy, Michel, Dan Galai and Robert Mark (2001): *Risk Management*. McGraw-Hill, New York.

Hull, John (2000): *Options, Futures & Other Derivatives*. Prentice-Hall, Upper Saddle River.

Hull, John and Allan White (2001): “The Estimation of Default Probabilities”, in Alexander, Carol (ed.): *Mastering Risk*. Financial Times-Prentice Hall, vol.2, pp.171-180, Londres.

Merton, Robert C.(1973): “The Theory of Rational Option Pricing”, *Bell Journal of Economics and Management Science*, 4, spring, 141-183.

Merton, Robert C. (1974): “On the Pricing of Corporate Debt: the Risk Structure of Interest Rates”, *Journal of Finance*. Vol.29, may, pp.449-470.

Rich, Don C. (1994): “The Mathematical Foundations of Barrier Options-Pricing Theory”, *Advances in Futures and Options Research*, vol.7, 267-311

Saunders, Anthony (1999): *Credit Risk Measurement*. John Wiley&Sons, New York.